

Alain Connes

Sur Évariste Galois

On a célébré, l'automne dernier, le bicentenaire de la naissance d'Évariste Galois (1811-1832). Cette réflexion sur l'apport de celui que l'on a parfois désigné comme le « Rimbaud des mathématiques » est le fruit d'un entretien avec la revue Secousse. GC

J'ai passé beaucoup de temps, cet automne, autour de cette période d'anniversaire d'Évariste Galois. J'ai fait plusieurs conférences, mais l'exposé qui a nécessité le plus de préparation, qui m'a pris le plus de temps, c'est celui que j'ai fait le 29 novembre à l'Académie¹. À cette occasion, j'ai découvert beaucoup de faits que je méconnaissais avant. J'avais en tête, bien sûr, l'image d'Épinal de Galois. Pour mon exposé à l'Académie, je me suis intéressé à deux aspects. Le premier, ce sont ses rapports avec les académiciens de son temps ; le deuxième aspect c'est sa théorie, qu'il appelle la théorie de *l'ambiguïté*. Pour ce qui est du premier aspect, j'ai fait de nombreuses recherches, j'ai lu beaucoup d'articles, et je me suis aperçu qu'en fait les rapports de Galois avec l'Académie n'étaient pas du tout ceux que je croyais auparavant, ses relations avec Augustin Cauchy, par exemple : les académiciens, comme Cauchy, avaient été, en fait, très protecteurs pour lui. Hélas, Cauchy est parti en 1830, au moment des Trois Glorieuses : il s'est exilé à Turin et, à partir de ce moment-là, il n'a plus eu aucun contact avec Galois. De même, pour ce qui concerne le rôle de Poisson : je pensais qu'il n'avait pas compris l'article de Galois, mais ce n'était pas le cas. Le rapport de Poisson sur l'article de Galois était très nuancé. Il y a enfin Liouville, qui a sauvé la théorie de Galois de l'oubli, car dix ans après sa mort, c'est Liouville qui, devant l'Académie, a expliqué qu'il avait trouvé des merveilles dans les papiers de Galois. Ce côté-là m'a beaucoup frappé, en rapport à l'image que l'on a d'habitude, qui est qu'il avait été mal compris et très mal traité par l'Académie.

Le deuxième point m'a demandé énormément de travail. Je ne voulais pas faire un exposé purement historique mais associer, à une première partie historique, une seconde partie dans laquelle j'essaierais d'expliquer, de la manière la plus simple possible, les idées de Galois sur ce qu'il appelle la *théorie de l'ambiguïté*. Et j'ai pris conscience de plusieurs points, que je n'avais pas encore vraiment réussi à mettre en lumière. En fait les idées de Galois étaient tellement nouvelles et fortes qu'elles gardent leur jeunesse : même maintenant, 200 ans après, sa pensée garde son potentiel de *mise en mouvement*, ce qui est rarissime. Une deuxième qualité, c'est qu'il a réussi à exprimer sa pensée à un niveau philosophique. Il a réussi à comprendre que, non seulement il y avait une idée qui faisait marcher tel ou tel mécanisme de démonstration, mais qu'il y avait derrière cette idée un *concept*, qu'il a extrait, qui était un concept philosophique : le concept d'*ambiguïté*. Ce qui m'a pris beaucoup de temps, c'est d'essayer de *montrer* devant les Académiciens ce qu'est cette notion d'ambiguïté, de la mettre en évidence, ce que j'espère avoir réussi à faire (même si j'ai dû m'aider d'un ordinateur). Quand vous écrivez une équation, quand vous écrivez ses racines dans le plan complexe, il n'y a apparemment aucune ambiguïté : on *voit* les racines, on les a devant les yeux. L'ambiguïté apparemment n'existe pas ; il fallait la mettre en évidence. Ce qui m'a

énormément frappé, c'est que Galois était d'une lucidité incroyable. Il y a certains points qui sont faciles, mais il y a un point vraiment délicat : lorsqu'il est passé de la compréhension qu'avaient ses prédécesseurs, en particulier Lagrange, d'un *groupe de symétrie* comme un groupe de symétrie formel d'une formule, à un *groupe de symétrie* des valeurs numériques des racines. Il a écrit là-dessus des pages qui sont d'une lucidité, d'une pertinence incroyable. Ayant lu ses pages, ce n'est qu'après les avoir illustrées par l'ordinateur que j'ai enfin compris ce qu'il voulait dire, comprenant ainsi la pénétration de sa pensée ! C'est dire le trésor qu'il y a dans les quelques pages qu'il a laissées à sa mort et dont certaines phrases restent incomprises car elles ne font qu'annoncer le domaine de recherches auquel il réfléchissait, à savoir l'extension de sa théorie aux fonctions transcendentes.

C'est une fulgurance, une fulgurance qui montre la voie à suivre. On le sait bien, surtout en mathématiques, la précocité est souvent étonnante. Mais chez Galois, c'est faramineux. Il est à peine exagéré de dire qu'à 17 ou 18 ans il avait déjà l'essentiel de ses résultats et qu'il a passé les deux dernières années de sa vie, après le suicide de son père, et avant que lui-même ne soit tué, à perdre son temps. Il a fait de la politique et n'a plus du tout travaillé de la même manière. Il a été jeté en prison, où d'ailleurs il a rencontré Nerval et Raspail. Il essayait de continuer à travailler, mais il était dans des conditions très difficiles. La prison de Sainte-Pélagie était terrible : il n'était pas du tout dans une petite chambre tranquille, avec des livres, il était au milieu des autres prisonniers politiques. Il est donc incroyable de voir qu'à 17-18 ans il avait l'essentiel de cette théorie magnifique, qui a ouvert tant de domaines qui sont encore en cours d'exploration. Et pas seulement cela : la force de sa pensée philosophique n'est pas épuisée. Elle n'a pas été mise en cage, ou dans un tiroir – un tiroir mathématique...

¹ La conférence sur Évariste Galois donnée à l'Académie en Novembre 2011 peut être écoutée à l'adresse suivante : <http://www.alainconnes.org/fr/links.php>.